

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA CELSO SUCKOW DA  
FONSECA**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA  
BACHARELADO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**TIAGO LEAL DE PAULA**

**PROJETO DINÂMICO DE UM VANT QUADRICÓPTERO PARA  
TRANSPORTE DE PEQUENAS CARGAS.**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

**RIO DE JANEIRO**

**2022**

**TIAGO LEAL DE PAULA**

**PROJETO DINÂMICO DE UM VANT QUADRICÓPTERO PARA  
TRANSPORTE DE PEQUENAS CARGAS.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica, do Departamento de Educação Superior, do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Alves Santiago

**RIO DE JANEIRO  
2022**

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central do CEFET/RJ

P976 Puala, Tiago Leal de  
Projeto dinâmico de um VANT quadricóptero para transporte de  
pequenas cargas / Tiago Leal de Puala – 2022.  
40f.: il. color. + anexo, enc.

Projeto Final (Graduação) Centro Federal de Educação  
Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, 2022.

Bibliografia: f. 40

Orientador: Alexandre Alves Santiago

1. Engenharia mecânica. 2. Veículo aéreo não tripulado  
(VANT). 3. Transporte de carga. I. Santiago, Alexandre  
Alves (Orient.). II. Título.

CDD 620.1

*Dedico este trabalho à minha mãe, ao meu pai, ao meu irmão, à minha namorada e a todos meus familiares e amigos por terem me apoiado, aconselhado e incentivado durante toda minha trajetória.*

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus familiares que me deram suporte financeiro e emocional para que eu pudesse concluir esta etapa. Muitos momentos turbulentos foram vividos e sempre que precisei, minha mãe, pai, irmão, tias e primos estavam ao meu lado para dar forças para continuar.

Ao meu orientador Alexandre Alves Santiago por toda paciência e dedicação ao meu projeto. Agradeço pelos esclarecimentos, direcionamentos e pela boa vontade que possibilitou a realização de todo esse trabalho.

À minha namorada Caroline pelo carinho e apoio emocional. Agradeço por ter ficado ao meu lado nos momentos de dificuldade e pela compreensão durante minha ausência nos momentos em que tive muitos trabalhos.

Aos meus amigos, Afonso, Caio, Dandara, Fábio, Fernanda, Francisco, Gabriel Escobar, Gabriel José, Matheus, Max, Raphael, Renato e Victor por todo apoio e motivação que me deram ao longo dos meus anos na faculdade e também fora dela.

À Equipe Venturi Aerodesign e aos amigos que fiz nela que por muitos anos foram minha segunda casa e família, me proporcionando momentos e desafios incríveis.

## RESUMO

A popularização do veículo aéreo não tripulado (VANT) quadricóptero, popularmente conhecido como drone, viabilizou sua utilização em diversos campos profissionais, desde mapeamento de terrenos, vigilância e até mesmo no meio militar. O presente trabalho visa estabelecer a análise dinâmica de um modelo de quadricóptero com uma pequena carga suspensa. A análise foi feita utilizando o formalismo de Newton-Euler para o desenvolvimento das equações de movimento de um sistema sub atuado. Além disso foi feito um dimensionamento do grupo motopropulsor utilizado no modelo. Os resultados obtidos visam auxiliar e guiar a construção de um protótipo de aeronave com esta configuração, estabelecendo limites dinâmicos para aeronave. Dessa forma, será possível desenvolver um projeto mais seguro e com maior confiabilidade.

**Palavras - chave:** VANT, Quadricóptero, Newton-Euler, Grupo Motopropulsor, Transporte de Carga.

## **ABSTRACT**

The popularization of quad-rotor unmanned aerial vehicle (UAV), popularly known as drone, has enabled its use in various professional fields, from terrain mapping, surveillance and even in the military. The present work aims to establish the dynamic analysis of a quad-rotor model with a light suspended load. The analysis was performed using the Newton-Euler mathematical formalism to develop the equations of motion of an underactuated system. In addition, a sizing of the powertrain used in the model was made. The results obtained aim to assist and guide the construction of an aircraft prototype with this configuration, establishing dynamic limits for the aircraft. In this way, it will be possible to develop a safer and more reliable project.

Keywords: UAV, Quad-rotor, Newton-Euler, powertrain, load transportation.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>Figura 1: Número de drones (Gráfico produzido a partir de dados disponíveis em: <a href="https://www.gov.br/anac/pt-br/assuntos/drones/quantidade-de-cadastrados">https://www.gov.br/anac/pt-br/assuntos/drones/quantidade-de-cadastrados</a>)</b> .....	11
<b>Figura 2: Primeiro quadricóptero (LEISHMAN,2000)</b> .....	15
<b>Figura 3: Quadricóptero de Bothezat (CASTILLO,2005)</b> .....	16
<b>Figura 4: Drone moderno (Disponível em: <a href="https://pixforce.com.br/drones-na-agricultura">https://pixforce.com.br/drones-na-agricultura</a>)</b> .....	16
<b>Figura 5: Sistemas de coordenadas do quadricóptero (adaptado de VIEIRA, 2015)</b> .....	17
<b>Figura 6: Modelo ilustrativo de um Quadricóptero</b> .....	19
<b>Figura 7: Ângulos de a) arfagem b) rolagem e c) guinada (CASTILLO,2005)</b> .....	19
<b>Figura 8: Ilustração dos movimentos de um quadricóptero (BRITO, 2009)</b> .....	20
<b>Figura 9: Rotação dos ângulos do sistema inercial para o sistema fixo ao quadricóptero (VIANNA, 2007)</b> .....	22
<b>Figura 10: Compartimento de carga</b> .....	27
<b>Figura 11: Rotor 3508-580KV Turnigy Multistar 14 Pole Brushless.</b> .....	28
<b>Figura 12: Carbon Fiber Propeller 12x3.8 Black</b> .....	29
<b>Figura 20: Curva Empuxo X Rpm</b> .....	30
<b>Figura 21: Curva Torque X Rpm</b> .....	31
<b>Figura 13: Frame em configuração true “x” (Disponível em: <a href="https://www.getfpv.com/learn/new-to-fpv/all-about-multirotor-fpv-drone-frame">https://www.getfpv.com/learn/new-to-fpv/all-about-multirotor-fpv-drone-frame</a>)</b> .....	32
<b>Figura 14: Bateria - Turnigy 5000mAh 3S 20C LiPo Pack w/XT-90</b> .....	32
<b>Figura 15: Esc - Turnigy MultiStar BLheli_32 ARM 51A Race</b> .....	33
<b>Figura 16: Arduino Mega 2560 R3</b> .....	33
<b>Figura 17: Alocação do sistema eletrônico</b> .....	33
<b>Figura 18: Foxeer Mini Night Cat 3 1200TVL</b> .....	34
<b>Figura 19: Dimensão do quadricóptero</b> .....	35
<b>Figura 22: Curva de Carga Útil x Rpm</b> .....	36
<b>Figura 23: Curva Empuxo X <math>\phi</math></b> .....	37



## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1: Comparativo dos rotores .....</b>	<b>28</b>
<b>Tabela 2: Dados dimensionais do modelo .....</b>	<b>35</b>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$l_x$ e $l_y$	Diâmetro do rotor
$l_z$	Diâmetro do rotor
$d_{cg}$	Distância do rotor ao centro de massa da aeronave
$m_{motor}$	Massa do rotor
$M_{max}$	Massa máxima suportada
$I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$	Momentos de Inércia
<b>I</b>	Matriz de inércia
$k_t$	Coefficiente de empuxo
$\rho$	Densidade do ar
$\Omega$	Rotação do rotor
F	Empuxo gerado pelo rotor
$d_{he}$	Diâmetro da hélice
$\tau$	Torque do rotor
P	Potência do rotor
$k_q$	Coefficiente de torque
B	Referencial não inercial
O	Referencial inercial
$\xi$	Vetor posição
$\eta$	Ângulos de Euler
<b><math>R_t</math></b>	Matriz de rotação
$w_x, w_y, w_z$	Velocidades angulares no referencial não inercial
x, y, z	Posição do rotor no referencial inercial
$\phi$	Ângulo de rolagem
$\theta$	Ângulo de arfagem
$\psi$	Ângulo de guinada
L	Distância entre dois rotores opostos
$M_{vazia}$	Massa sem carga suspensa
$m_{\acute{u}til}$	Massa da carga suspensa

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	11
1.1 MOTIVAÇÃO DO TRABALHO .....	12
1.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA .....	12
1.3 OBJETIVO .....	13
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	14
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	15
2.1 HISTÓRICO DO QUADRICÓPTERO.....	15
2.2 PRINCIPAIS ESTUDOS DE UTILIZADOS .....	17
<b>3 ANÁLISE DINÂMICA</b> .....	19
3.1 ORIENTAÇÃO DO QUADRICÓPTERO.....	21
3.2 MODELAGEM DINÂMICA DO QUADRICÓPTERO .....	23
<b>4 CONCEPÇÃO DO SISTEMA</b> .....	27
4.1 DEFINIÇÃO DA CARGA ÚTIL SUSPensa.....	27
4.2 SELEÇÃO DOS ROTORES .....	28
4.3 MODELAGEM DINÂMICA DOS ROTORES .....	29
4.3.1 Coeficiente de Empuxo .....	29
4.3.2 Coeficiente de Torque .....	30
4.4 DEFINIÇÃO DA ESTRUTURA DO VEÍCULO.....	31
4.5 DEFINIÇÃO DE BATERIAS E ELETRÔNICA EMBARCADA.....	32
4.6 DETERMINAÇÃO DE PESO E MOMENTOS DE INÉRCIA .....	34
4.7 ANÁLISE DE CARGA ÚTIL SUPORTADA.....	36
4.8 ANÁLISE DE MÁXIMOS ÂNGULOS DE ROLAGEM E ARFAGEM .....	37
<b>5 CONCLUSÃO</b> .....	38
5.1 RESULTADOS OBTIDOS .....	38
5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	38
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	39
<b>ANEXO 1 – DATASHEET DO ROTOR</b> .....	41

## 1 INTRODUÇÃO

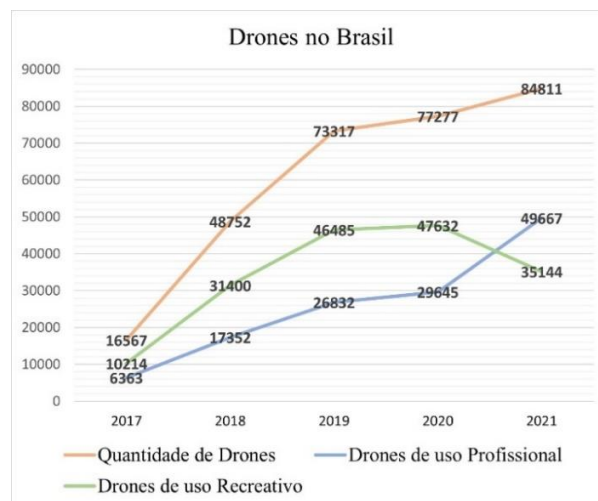
O avanço da tecnologia, sobretudo no âmbito aeronáutico, fez-se de extrema importância para o desenvolvimento da humanidade desde a invenção do primeiro avião, em 1906, por Santos Dumont. Tal invenção foi um grande marco não só para o transporte de pessoas, como também para o transporte de cargas.

Este desenvolvimento tecnológico proporcionou o surgimento de novas configurações de veículos aéreos. Dentre elas, uma que tem se destacado nas últimas décadas é o modelo quadricóptero (ou quadrirrotor), por apresentar uma série de vantagens quando comparado aos modelos mais convencionais.

Quadricóptero é um veículo aéreo que pertence à classe das asas rotativas, que consiste em uma aeronave que tem como principal meio de sustentação o seu rotor, no caso do quadricóptero, seus quatro rotores.

Com a evolução do processamento de dados e aprimoramento dos modelos de controle, foi possível a criação dos veículos aéreos não tripulados (VANT). Este tipo de aeronave é particularmente interessante uma vez que é possível sua utilização em diversos setores, seja civil ou militar, como por exemplo: para pulverização agrícola, em filmagens de filmes e séries, na segurança, na inspeção e mapeamento de terrenos, auxiliando em resgates, entre outras diversas possibilidades.

Através de dados disponibilizados pela Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC), foi possível elaborar um gráfico que mostra a evolução do número de drones, e o seu uso, ao longo dos últimos anos como é visto na figura 1.



**Figura 1: Número de drones (Gráfico produzido a partir de dados disponíveis em: <https://www.gov.br/anac/pt-br/assuntos/drones/quantidade-de-cadastros>)**

## 1.1 MOTIVAÇÃO DO TRABALHO

A popularização de veículos aéreos não tripulados (VANT), principalmente os do tipo quadricóptero, popularmente chamados de “drones”, é algo que tem mudado a dinâmica do mundo. Por serem leves, pequenos, terem alta manobrabilidade e, uma de suas principais características, realizam decolagem vertical, o seu emprego tem sido cada vez mais difundido, desde a área militar até mesmo o uso civil somente por lazer.

Veículos aéreos que possuem decolagem vertical são chamados de VTOL (Vertical Take-off and Landing). São especialmente interessantes por não necessitarem de uma longa pista de decolagem para ganharem sustentação e realizarem seu voo. Dessa forma, possibilitando acessar lugares de difícil acesso e que veículos terrestres ou mesmo veículos aéreos de decolagem horizontal não chegariam de maneira segura.

Podendo ser controlado remotamente, utilizando sua câmera integrada para visualização do ambiente, ou totalmente autônomo, fazendo uso de softwares sofisticados para realização das missões. Além disso, por ser uma aeronave que dispensa tripulação, torna-se uma ótima opção para acessar locais de risco.

Somando isso ao fato de que a malha rodoviária está sendo sobrecarregada, ou seja, o volume de carro circulando nas ruas é maior do que fluxo máximo suportado por elas, torna-se interessante utilizar VANT como forma alternativa de transporte de pequenas cargas.

## 1.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Segundo estudo feito pelo site CNN Brasil, “Frota brasileira de veículos é a mais velha dos últimos 25 anos.” (2018), o Brasil possui a sexta maior frota de veículos automotivos do mundo, que incluem leves de passeio, caminhões e ônibus. Isso pode ser explicado pelo fato de ser um país com dimensões continentais e com uma população de aproximadamente 213 milhões de pessoas.

No entanto, possui uma malha rodoviária completamente defasada, dificultando a circulação de veículos terrestres. De acordo com a Confederação Nacional do Transporte (CNT), “Somente 12,4% da malha rodoviária brasileira é pavimentada” (CNT, 2021). Esta que

é responsável por mais de 60% do transporte de mercadorias no país ainda enfrenta outros problemas de infraestrutura, como o fato de que 92,7% das rodovias pavimentadas são de pista simples e muitas apresentam algum tipo de problema.

Soma-se a isso os inúmeros locais de difícil acesso, não só com relação à geografia, porém, com relação ao risco à tripulação. Deste modo, os meios de transporte convencionais deixam de ser uma opção viável para acessar esses locais.

O resultado dessa combinação são questionamentos sobre como realizar entregas de suprimentos, medicamentos entre outros itens de necessidade básica para a população desses locais.

Com isso, considerando o crescimento do uso profissional de VANT, implementar o seu uso para transportar pequenas cargas torna-se uma opção interessante.

### 1.3 OBJETIVO

Conforme exposto nos capítulos anteriores, existem diversos empecilhos que impedem um rápido e ágil transporte de pequenas cargas através da malha rodoviária. É válido ressaltar que os quadricópteros possuem vantagens não só quando comparados com veículos terrestres, mas também possuem vantagens quando comparados aos veículos aéreos convencionais (que têm sua sustentação em função de asas fixas).

Desta forma, este trabalho tem como objetivo colaborar para o desenvolvimento da dinâmica de voo dos VANT quadricópteros durante o transporte de pequenas cargas e, com isso, eliminar a problemática de dificuldade de acesso em determinados locais, apresentando um modelo matemático para simulação dinâmica computacional do quadricóptero transportando uma carga suspensa.

## 1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Neste capítulo foi apresentado o que são VANT quadricópteros. Em seguida, foi mostrado de maneira sucinta o princípio de funcionamento deles, explicando um pouco da dinâmica dos quatro rotores. Nos parágrafos seguintes é apresentado o que será abordado nos próximos capítulos.

No capítulo 2 é feito um breve resumo sobre o surgimento desse tipo de configuração de aeronave. Ainda neste capítulo também é apresentado um resumo dos principais assuntos que serão abordados neste trabalho.

No capítulo 3 é idealizado a concepção do projeto, determinando a configuração da aeronave que será analisada. É apresentada informações da geometria, propulsores e peso do quadricóptero.

No capítulo 4 é descrito a mecânica da aeronave. Realiza-se a análise dinâmica desta para que seja possível obter as equações de movimento. Tem como objetivo usar com base para determinar os limites dinâmicos que o modelo possui.

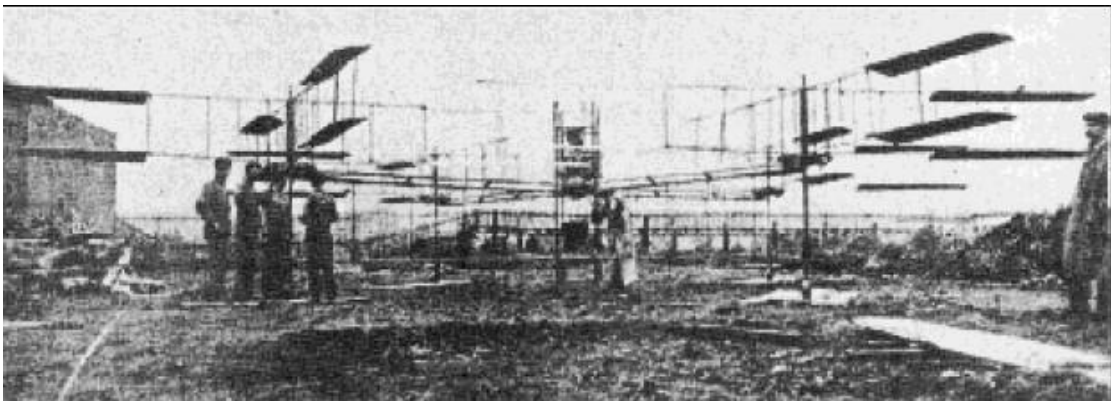
No capítulo 5 é discutido os resultados obtidos com o uso das equações de movimento. Além disso é sugerido possíveis temas para trabalho futuros.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo será apresentado os principais artigos, trabalhos de conclusão de curso e livros utilizados como material de estudo para o desenvolvimento deste trabalho.

### 2.1 HISTÓRICO DO QUADRICÓPTERO

Apesar de ter popularizado nas últimas décadas, o quadricóptero é uma invenção mais antiga do que muitos imaginam. Em 1907 os irmãos Breguet construíram o primeiro quadricóptero, o desajeitado Gyroplane No.1. Consistia em quatro longas vigas feitas de tubo de aço arrumadas em formato de X. O propulsor era composto por quatro hélices biplanas de quatro pás dispostas nas extremidades de cada viga.



**Figura 2: Primeiro quadricóptero (LEISHMAN,2000)**

Em 1922, a US Army Air Corps (Corpo Aéreo do Exército dos Estados Unidos) realizou um contrato com Dr. George de Bothezat e Ivan Jerome para a criação e construção de uma aeronave com decolagem e voo vertical.

Pesando quase 1700kg, a estrutura possuía rotores de 6 pás e com 8 metros de diâmetro.





**Figura 3: Quadricóptero de Bothezat (CASTILLO,2005)**

No entanto, este tipo de veículo se manteve esquecido, afinal as inúmeras tentativas no início do século passado esbarraram em diversas limitações tecnológicas da época.

Somente com o avanço tecnológico e de metodologias de controle, aquisição de dados, atuadores e sensores, foi possível retomar pesquisas para desenvolvimento de veículos quadricópteros.



**Figura 4: Drone moderno (Disponível em: <https://pixforce.com.br/drones-na-agricultura>)**

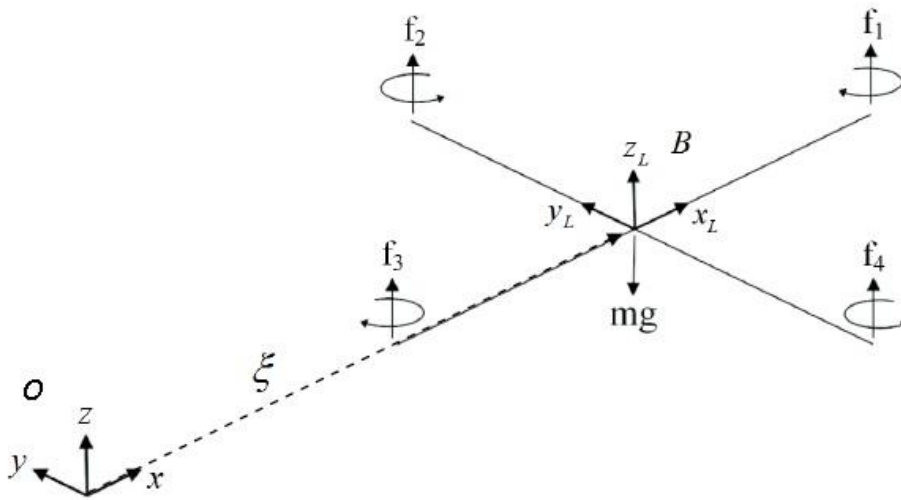


Figura 5: Sistemas de coordenadas do quadricóptero (adaptado de VIEIRA, 2015)

## 2.2 PRINCIPAIS ESTUDOS DE UTILIZADOS

Para elaboração deste trabalho foi utilizado alguns estudos como principais fontes de inspiração. A seguir será comentado acerca de tais referências.

Em (CASTILLO, 2005) é mostrado de maneira geral e ampla a história, o funcionamento teórico e uma análise preliminar de modelos de pequenos veículos voadores. Nele é possível entender de maneira teórica o funcionamento de multirrotores, em especial a configuração com 4 rotores, o quadricóptero.

No trabalho de (AMARANTE, 2019) é apresentado o desenvolvimento de um modelo dinâmico de um quadricóptero com carga suspensa. Esse é obtido através da utilização das equações de Newton-Euler. Primeiro é apresentado um modelo mais simples de um veículo sem carga para depois ser feita a análise de um sistema com carga suspensa.

Em (PAIVA,2014) é possível ver tanto um modelo teórico quanto um modelo prático para o dimensionamento do grupo motor-hélice. Nele é apresentado uma maneira de estimar o torque e empuxo de propulsores.

Em (VIANNA, 2007) é apresentado a matriz de orientação. O entendimento desse conceito é especialmente importante para a determinação da orientação do quadricóptero em relação ao referencial inercial, a terra.

O presente trabalho tem como objetivo a utilização do modelo matemático para obtenção das equações de movimento exposto em (AMARANTE, 2019) somando ainda o dimensionamento do grupo motopropulsor selecionado para o projeto e determinação da carga máxima suportada e os máximos ângulos de arfagem e rolagem que o quadricóptero pode alcançar sem que perca sustentação.

### 3 ANÁLISE DINÂMICA

Os quadricópteros são configurados para que os rotores opostos um ao outro girem no mesmo sentido, enquanto os rotores adjacentes girem no sentido oposto. No exemplo da figura 2, os rotores 1 e 3 giram no sentido anti-horário e os rotores 2 e 4 giram no sentido horário. Dessa forma, o momento resultante do sistema será nulo e, portanto, não necessitará de um rotor de cauda para compensar o torque dos propulsores, como é o caso do helicóptero convencional.

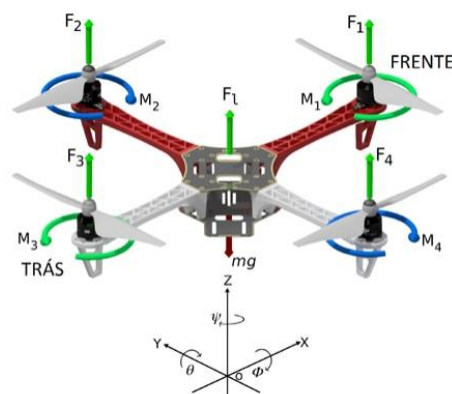


Figura 6: Modelo ilustrativo de um Quadricóptero

Mesmo não apresentando superfícies de comando (profundor, leme e flaps) como em aeronaves tradicionais, os quadricópteros também possuem 6 graus de liberdade. Sendo eles: três coordenadas de translação no espaço tridimensional ( $x$ ,  $y$  e  $z$ ) e três ângulos de rotação no seu próprio eixo (arfagem, rolagem e guinada – pitch, roll e yaw).

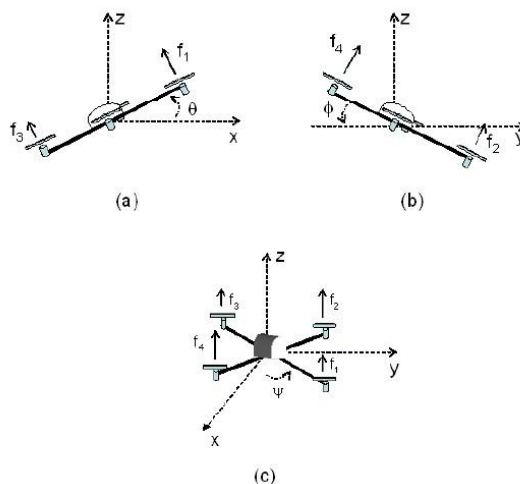
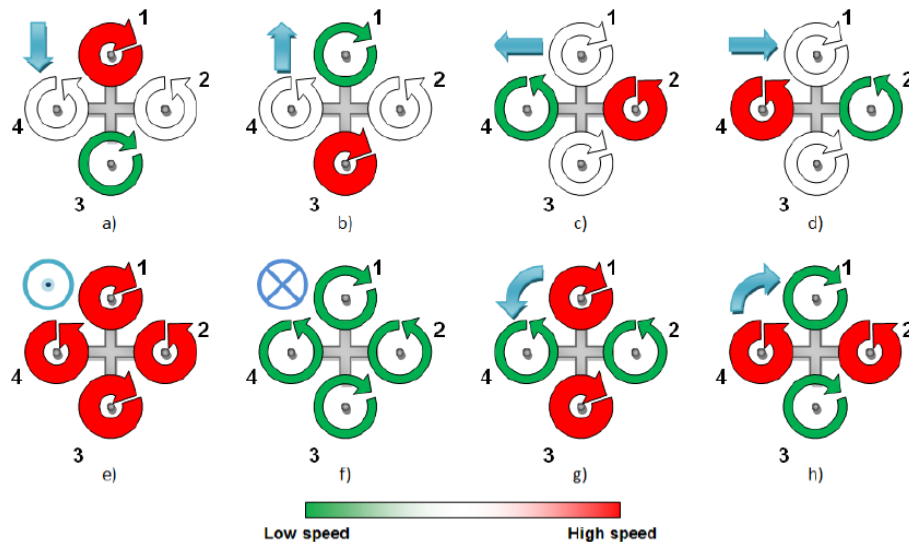


Figura 7: Ângulos de a) arfagem b) rolagem e c) guinada (CASTILLO,2005)

Por apresentar seis graus de liberdade e apenas quatro entradas de controle (velocidade dos quatro rotores), quadricópteros são classificados como um sistema sub atuado, e seu controle é feito da seguinte forma:



**Figura 8: Ilustração dos movimentos de um quadricóptero (BRITO, 2009)**

Para os exemplos apresentados na figura 4, considere que os rotores 1 e 3 representam a frente e a traseira do quadricóptero respectivamente e que a vista apresentada na figura é uma vista superior do quadricóptero.

Para os movimentos de translação é necessário que um dos rotores tenha um incremento de velocidade enquanto o rotor oposto a ele sofre um decremento de velocidade. Dessa forma, será gerado um momento no quadricóptero que o fará girar de acordo com a diferença de velocidade entre os dois rotores. Com o giro do quadricóptero, a o empuxo gerado pelos rotores será decomposto em duas componentes, uma vertical responsável pela sustentação e uma horizontal responsável pelo movimento de translação. Os rotores adjacentes são mantidos a uma velocidade suficiente para manter a sustentação e estabilidade da aeronave. Na figura 4-a, por exemplo, com o incremento de velocidade do rotor 1 e decremento do rotor 3, o quadricóptero irá movimentar-se na direção 1-3.

Para os movimentos de rolagem e arfagem é necessário, também, que um dos rotores tenha um incremento de velocidade enquanto o rotor oposto a ele sofre um decremento de velocidade. Portanto, o movimento de rolagem ocorreria caso o rotor 2 tenha um incremento (ou decremento) e o rotor 4 sofra um decremento (ou incremento) de velocidades. De maneira análoga, para o movimento de arfagem, a mesma dinâmica seria aplicada para os rotores 1 e 3.

Para o movimento de guinada é necessário que os dois rotores que giram no mesmo sentido tenham velocidade superior aos outros dois rotores que estão no sentido contrário. Dessa forma, o torque gerado pelos rotores não será nulo e o quadricóptero irá realizar a guinada.

### 3.1 ORIENTAÇÃO DO QUADRICÓPTERO

Este projeto tem como referencial inercial a terra. Portanto, antes da realização da análise dinâmica do quadricóptero, é necessário estabelecer uma forma de determinar sua orientação e posição em relação ao referencial inercial. Para esta análise será usado o desenvolvimento mostrado em (VIANNA, 2007).

O quadricóptero possui um sistema de coordenadas fixo ao seu centro de massa e pode ser definido como  $\Sigma B = [\vec{B}_x, B_y, \vec{B}_z]$  como mostrado na figura 8. O sistema de coordenadas inercial é definido como  $\Sigma O = [\vec{O}_x, \vec{O}_y, \vec{O}_z]$  e está fixo na terra.

Será definido  $\xi = [x, y, z]$  como o vetor posição do centro de massa do quadricóptero em relação ao referencial inercial e  $\eta = [\phi, \theta, \psi]$  como os três ângulos de Euler (ângulos de rolagem, arfagem e guinada). Dessa forma, a orientação do modelo será determinada por uma matriz de rotação  $R_i: B \rightarrow O$ , e essa é obtida através de três rotações sucessivas em torno do referencial móvel fixado no centro de massa do quadricóptero.

Rotação ao redor de x de  $\phi$ : O primeiro movimento, assumindo que o referencial inercial e o sistema de coordenadas fixo ao corpo rígido são coincidentes, é dado pela rotação ao redor do eixo x pelo ângulo de rolagem ( $\phi$ ). Encontra-se então as novas coordenadas:

$$\begin{cases} x_1 = x_L \\ y_1 = \cos\phi \cdot y_L - \sin\phi \cdot z_L \\ z_1 = \sin\phi \cdot y_L + \cos\phi \cdot z_L \end{cases}$$

Portanto,

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_L \\ y_L \\ z_L \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Rotação ao redor de y de  $\theta$ : a segunda rotação corresponde ao ângulo de arfagem ( $\theta$ ) e ocorre ao redor do novo y. Encontra-se então as novas coordenadas:

$$\begin{cases} x_2 = \cos\theta \cdot x_1 + \text{sen}\theta \cdot z_1 \\ y_2 = y_1 \\ z_2 = -\text{sen}\theta \cdot x_1 + \cos\theta \cdot z_1 \end{cases}$$

Portanto,

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \text{sen}\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Rotação ao redor de z de  $\psi$ : o terceiro movimento corresponde ao ângulo de guinada ( $\psi$ ) e ocorre ao redor do novo eixo z, levando o quadricóptero a sua posição final. Encontra-se então as novas coordenadas:

$$\begin{cases} x = \cos\psi \cdot x_2 - \text{sen}\psi \cdot y_2 \\ y = \text{sen}\psi \cdot x_2 + \cos\psi \cdot y_2 \\ z = z_2 \end{cases}$$

Portanto,

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\text{sen}\psi & 0 \\ \text{sen}\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

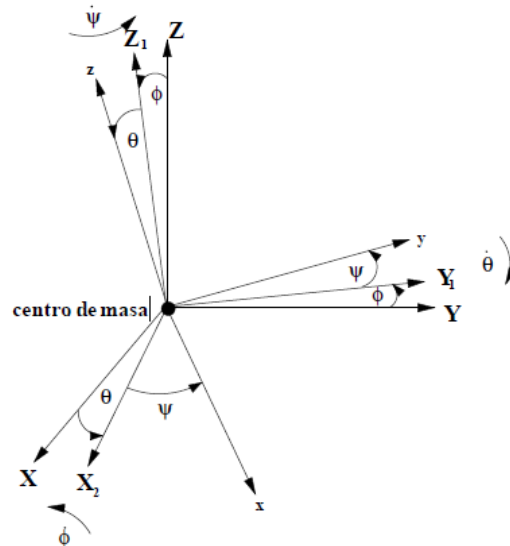


Figura 9: Rotação dos ângulos do sistema inercial para o sistema fixo ao quadricóptero (VIANNA, 2007)

A partir das rotações apresentadas, as matrizes de rotação que definem a orientação do quadricóptero são dadas por:

$$\mathbf{R}(x, \phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\text{sen}\phi \\ 0 & \text{sen}\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$\mathbf{R}(y, \theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \text{sen}\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$\mathbf{R}(z, \psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\text{sen}\psi & 0 \\ \text{sen}\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

A matriz de rotação completa de B para O, é chamada de Matriz dos Cossenos Diretores e é dada por  $\mathbf{R}_i = \mathbf{R}(z, \psi) \cdot \mathbf{R}(y, \theta) \cdot \mathbf{R}(x, \phi)$ .

$$\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta & \cos\psi\theta\text{sen}\phi - \text{sen}\psi\text{c}\phi & \cos\psi\text{sen}\theta\cos\phi + \text{sen}\psi\text{sen}\phi \\ \text{sen}\psi\cos\theta & \text{sen}\psi\theta\text{sen}\phi + \cos\psi\text{c}\phi & \text{sen}\psi\text{sen}\theta\cos\phi - \cos\psi\text{sen}\phi \\ -\text{sen}\theta & \cos\theta\text{sen}\phi & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Já a transformação entre as velocidades angulares no referencial não inercial e a taxa de variação dos ângulos de Euler é dada pelas equações:

$$\begin{cases} w_x = \dot{\phi} - \text{sen}\theta \cdot \dot{\psi} \\ w_y = \cos\phi \cdot \dot{\theta} + \text{sen}\phi\cos\theta \cdot \dot{\psi} \\ w_z = -\text{sen}\phi \cdot \dot{\theta} + \cos\phi\cos\theta \cdot \dot{\psi} \end{cases}$$

Portanto,

$$\begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\text{sen}\theta \\ 0 & \cos\phi & \text{sen}\phi\cos\theta \\ 0 & -\text{sen}\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Ou ainda,

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \text{sen}\phi\text{tg}\theta & \cos\phi\text{tg}\theta \\ 0 & \cos\phi & -\text{sen}\phi \\ 0 & \frac{\text{sen}\phi}{\cos\theta} & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Vale ressaltar que a matriz de transformação de velocidade angulares Eq. (4.14) é singular para  $\theta = \pm \pi/2$ . Desse modo, torna-se como restrições para o modelo  $|\theta| < \pi/2$  e, para manter simetria, também é determinado que  $|\phi| < \pi/2$ .

### 3.2 MODELAGEM DINÂMICA DO QUADRICÓPTERO



Nesta seção será apresentado o modelo de desenvolvimento exposto em (AMARANTE, 2019) para determinação das equações de movimento do modelo.

A Figura 8 mostra o DCL bem como o seu sistema de coordenadas e as direções de rotação de cada rotor.

Como apresentado anteriormente, definiu-se um referencial inercial  $\Sigma O = [\vec{O}_x, \vec{O}_y, \vec{O}_z]$  e um referencial fixo ao centro de massa do quadricóptero  $\Sigma B = [\vec{B}_x, \vec{B}_y, \vec{B}_z]$ . A posição do quadricóptero em relação ao referencial inercial é representada por  $\vec{\xi} = [x \ y \ z]^T$ , o vetor  $\vec{w} = [w_x \ w_y \ w_z]^T$  representa a velocidade angular no referencial não inercial. A massa modelo em sua capacidade máxima é representada por  $M_{max}$ , enquanto  $L$  é a distância entre dois rotores opostos, e  $g$  é a aceleração da gravidade.

É possível constatar na figura que os principais esforços atuantes no quadricóptero são seu peso  $-M_{max} \cdot g$  e as forças  $F_1, F_2, F_3$  e  $F_4$  de cada propulsor. A força resultante é dada por:

$$F_z^B = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \quad (4.15)$$

$$\vec{F}_B = [0, 0, F_z^B]^T \quad (4.16)$$

Além disso, a aeronave também está sujeita a momentos nos três eixos. Isso ocorre devido as forças de propulsão gerarem momentos em torno dos eixos  $\vec{B}_x$  e  $\vec{B}_y$ . E, devido ao arrasto das hélices, é provocado momento em torno do eixo  $\vec{B}_z$ . Portanto tem-se que:

$$T_x^B = L(F_2 - F_4) \quad (4.17)$$

$$T_y^B = L(F_3 - F_1) \quad (4.18)$$

$$T_z^B = T_1 - \tau_2 + \tau_3 - \tau_4 \quad (4.19)$$

Onde  $T_x^B$ ,  $T_y^B$  e  $T_z^B$  são os torques em cada um dos eixos.

$$\vec{T}_B = [\tau_x^B, \tau_y^B, \tau_z^B]^T \quad (4.20)$$

O empuxo de cada propulsor e o torque nas hélices, devido ao arrasto, são dados por:

$$F_i = k_t \cdot \rho \cdot d_{he}^4 \cdot \Omega_i^2 \quad (4.21)$$

$$T_i = k_q \cdot \rho \cdot d_{he}^5 \cdot \Omega_i^2 \quad (4.22)$$

Onde  $k_t$  e  $k_q$  são adimensionais característicos dos rotores,  $\rho$  é a densidade do ar,  $d_{he}$  é o diâmetro da hélice e  $\Omega$  é o rpm do rotor.

Sendo assim, a determinação das velocidades dos rotores e os esforços aplicados ao modelo são dados por:

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} \vec{u}_1 \\ \vec{u}_2 \\ \vec{u}_3 \\ \vec{u}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{F}_z^B \\ \vec{T}_x^B \\ \vec{T}_y^B \\ \vec{T}_z^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_t \cdot \rho \cdot d_{he}^4 & k_t \cdot \rho \cdot d_{he}^4 & k_t \cdot \rho \cdot d_{he}^4 & k_t \cdot \rho \cdot d_{he}^4 \\ 0 & L \cdot k_t \cdot \rho \cdot d_{he}^4 & 0 & -L \cdot k_t \cdot \rho \cdot d_{he}^4 \\ -L \cdot k_t \cdot \rho \cdot d_{he}^4 & 0 & L \cdot k_t \cdot \rho \cdot d_{he}^4 & 0 \\ k_q \cdot \rho \cdot d_{he}^5 & -k_q \cdot \rho \cdot d_{he}^5 & k_q \cdot \rho \cdot d_{he}^5 & -k_q \cdot \rho \cdot d_{he}^5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{\Omega}_1^2 \\ \bar{\Omega}_2^2 \\ \bar{\Omega}_3^2 \\ \bar{\Omega}_4^2 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Dessa forma, o modelo dinâmico do quadricóptero é obtido aplicando-se as equações de Newton-Euler. A dinâmica translacional é escrita no referencial inercial e obtida igualando-se a taxa de variação do movimento linear à somatória das forças externas:

$$\frac{d}{dt}(M_{max}\vec{\xi}) = \Sigma \vec{F}_{ext} \quad (4.25)$$

$$M_{max}\ddot{\vec{\xi}} = R_i \vec{F}_B - M_{max}\vec{g} \quad (4.26)$$

Onde  $M_{max}$  é a massa máxima suportada pelos rotores.

Com objetivo de simplificar o modelo, serão desconsideradas as forças de arrasto aerodinâmico translacional na aeronave devido à baixa velocidade do veículo e possíveis perturbações.

Portanto, isolando os termos de aceleração da Eq. (4.26), tem-se:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{M_{max}}(\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi)u_1 \\ \ddot{y} = \frac{1}{M_{max}}(\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi)u_1 \\ \ddot{z} = -g + \frac{1}{M_{max}}(\cos\phi\cos\theta)u_1 \end{cases} \quad (4.27)$$

Já para a dinâmica rotativa é considerado o referencial não inercial e fixo ao corpo. Pode-se obter então igualando a taxa de variação de momento angular à somatória dos momentos externos:

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{I}\vec{\omega}) = \Sigma \vec{T}_{ext}^B \quad (4.28)$$

$$\mathbf{I}\dot{\vec{\omega}} + \vec{\omega} \times (\mathbf{I}\vec{\omega}) = \vec{\tau}^B \quad (4.28)$$

Onde  $\mathbf{I}$  é a matriz de inércia apresentada em Eq. (3.4). A taxa de variação do momento angular inclui, além do termo da aceleração angular ( $\vec{\omega}$ ), uma parcela referente à variação da direção do momento angular do drone ( $\vec{\omega} \times \mathbf{I}\vec{\omega}$ ). Já os momentos externos incluem,  $\vec{\tau}^B$  proveniente da Eq. (4.20).

Portanto, isolando os termos de aceleração Eq. (4.28), tem-se:

$$\begin{cases} \dot{W}_x = \left( \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \right) W_y W_z + \frac{1}{I_{xx}} u_2 \\ \dot{W}_y = \left( \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \right) W_x W_z + \frac{1}{I_{yy}} u_3 \\ \dot{W}_z = \left( \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \right) W_x W_y + \frac{1}{I_{zz}} u_4 \end{cases} \quad (4.29)$$

Utilizando a matriz de transformada de velocidade e usando a notação “c” e “s” para cosseno e seno, respectivamente, obtêm-se:

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = - \left( \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \right) (c\phi\dot{\theta} + c\theta s\phi(s\theta\dot{\psi} - c\phi c\theta\dot{\psi})) + s\theta\ddot{\psi} - c\theta\dot{\psi}\dot{\theta} + \frac{1}{I_{xx}} u_2 \\ \ddot{\theta} = \left( \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \right) \frac{(s\phi\dot{\theta} - c\phi c\theta\dot{\psi}(s\theta\dot{\psi} - \dot{\phi})) - s\phi\dot{\phi}\dot{\theta} - c\theta s\phi\dot{\psi} + c\phi c\theta\dot{\phi}\dot{\psi} - s\phi s\theta\dot{\phi}\dot{\theta}}{c\phi} + \frac{1}{I_{yy}c\phi} u_3 \\ \ddot{\psi} = \left( \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \right) \frac{(c\phi\dot{\theta} + c\theta s\phi\dot{\psi}(s\theta\dot{\psi} - \dot{\phi})) - c\phi\dot{\phi}\dot{\theta} - s\phi\dot{\theta} - c\theta s\phi\dot{\phi}\dot{\psi} - c\phi s\theta\dot{\psi}\dot{\theta}}{c\phi c\theta} + \frac{1}{I_{xx}c\phi c\theta} u_4 \end{cases} \quad (4.30)$$

Com isso, é possível determinar o modelo dinâmico do quadricóptero com carga com a dinâmica de translação e rotação descritas em Eq. (4.27) e Eq. (4.30).

## 4 CONCEPÇÃO DO SISTEMA

Neste capítulo será apresentado a configuração do quadricóptero. A configuração escolhida tem como base as principais referências e quadricópteros comerciais já existentes e tem como objetivo transportar até 1kg de carga. A seguir serão apresentadas informações a respeito de distância entre o centro de gravidade e os rotores, o peso total do quadricóptero sem carga, grupo motopropulsor e eletrônica selecionados. Esta configuração é preliminar para o projeto de um protótipo, porém será a utilizada para fins de análise dinâmica deste trabalho.

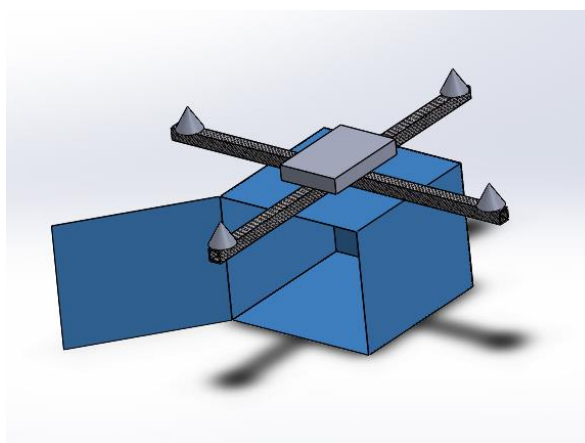
### 4.1 DEFINIÇÃO DA CARGA ÚTIL

Aeronaves que têm o objetivo de transportar cargas estão sempre atreladas ao conceito de carga útil. A carga útil, é a carga total transportada pela aeronave incluindo óleo, gasolina, tripulação, equipamento necessário à operação, passageiros e carga.

O modelo desenvolvido neste trabalho tem rotores elétricos e não é tripulado. Portanto, será considerado como carga útil apenas a carga transportada pelo quadricóptero.

Foram consideradas duas configurações possíveis para a carga: carga suspensa por um cabo conectado ao centro de massa da aeronave e carga alocada em um compartimento na estrutura da aeronave.

Devido ao alto nível de complexidade mecânica que envolve a carga suspensa por cabo, optou-se por escolher transportar a carga em um compartimento na estrutura do quadricóptero.



**Figura 10: Compartimento de carga**

A carga útil suspensa será alocada em um compartimento localizado logo abaixo da estrutura do quadricóptero. Considera-se ainda que o peso transportado estará sempre fixo e que coincide com o centro de massa da aeronave.

#### 4.2 SELEÇÃO DOS ROTORES

A escolha dos motores usados teve como base a necessidade do quadricóptero realizar o voo com carga suspensa, ou seja, a soma dos empuxos gerados pelos quatro grupos moto-propulsores deve ser capaz de sustentar o peso do quadricóptero vazio mais o peso da carga transportada.

Foram analisados dois modelos de rotores elétricos, brushless e que supririam a necessidade do projeto.

Modelo	Empuxo Máximo (N)	Massa (g)	Empuxo/Peso (N/N)
Turnigy 3508 -580KV	9,12	102	9,12
Turnigy 3648 - 1450KV	14,22	181	8,01

**Tabela 1: Comparativo dos rotores**

O modelo Turnigy 3648 possui maior empuxo máximo, no entanto, para que o projeto apresente maior eficiência foi escolhido o modelo com melhor relação empuxo/peso. Dessa forma, o rotor escolhido foi o Turnigy 3508. Já a hélice escolhida teve como critério de seleção a recomendação do fabricante e, portanto, uma hélice 12x3.8 bipá.



**Figura 11: Rotor 3508-580KV Turnigy Multistar 14 Pole Brushless.**



**Figura 12: Carbon Fiber Propeller 12x3.8 Black**

### 4.3 MODELAGEM DINÂMICA DOS ROTORES

Com objetivo de trazer maior detalhamento do quadricóptero desenvolvido, será realizado o dimensionamento do grupo moto propulsor utilizado. Para isso, será aplicado o estudo apresentado em (PAIVA, 2014) para o moto propulsor selecionado.

Optou-se por utilizar uma hélice de 12 polegadas, a fim de projetar um quadricóptero de menor dimensão, e o motor em 75% da sua capacidade máxima com objetivo de manter uma margem de segurança e de trazer maior confiabilidade para o projeto.

É importante ressaltar também que este dimensionamento é válido para uma condição estacionária no espaço e de baixa velocidade.

Os dados do motopropulsor estão disponíveis no (ANEXO 1 - DATASHEET DO ROTOR).

#### 4.3.1 Coeficiente de Empuxo

Este é um adimensional que corresponde ao empuxo gerado pelo propulsor. O empuxo é função da massa específica do ar atmosférico, pela rotação do rotor e pelo diâmetro do propulsor.

$$k_t = \frac{F}{\rho \cdot \Omega^2 \cdot d_{he}^4} \quad (4.1)$$

Usando a equação para a configuração estabelecida é possível encontrar um valor de  $k_t = 3.258 \times 10^{-5}$  para o coeficiente de empuxo. Isola-se então a força de empuxo, obtendo-se:

$$F = k_t \cdot \rho \cdot \Omega^2 \cdot d_{he}^4 \quad (4.2)$$

e sabendo o valor do coeficiente de empuxo, utilizando o software MatLab, traça-se a curva de empuxo em função da rotação dos rotores.

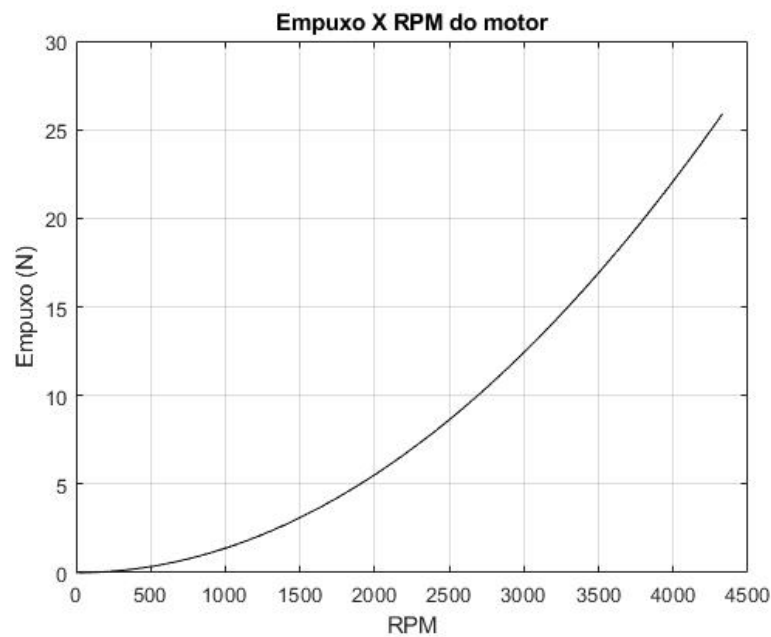


Figura 13: Curva Empuxo X Rpm

#### 4.3.2 Coeficiente de Torque

Este coeficiente relaciona o torque gerado pelo propulsor, a massa específica do fluido, a rotação do rotor e o diâmetro do propulsor.

Primeiramente calcula-se o torque em função da potência na configuração escolhida.

$$T = \frac{P}{\pi \cdot \Omega} \quad (4.3)$$

Obtendo-se  $\tau = 0.0044 \text{ N.m}$ . Em seguida calcula-se o coeficiente  $k_q$ .

$$k_q = \frac{T}{\rho \cdot \Omega^2 \cdot d_{he}^5} \quad (4.4)$$

Encontra-se então  $k_q = 7.269 \times 10^{-8}$ . De maneira análoga é possível traçar a curva de torque em função da rotação dos rotores.

$$T = k_q \cdot \rho \cdot \Omega^2 \cdot d_{he}^5 \quad (4.5)$$

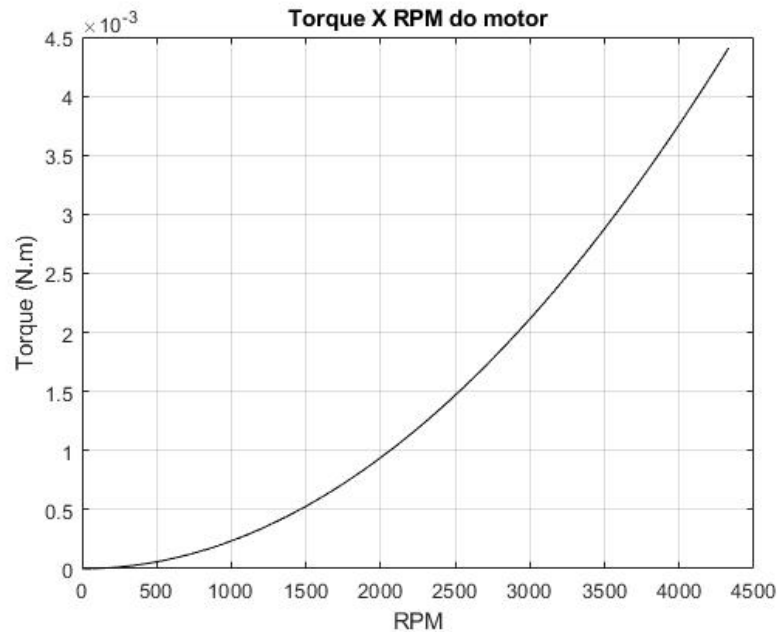


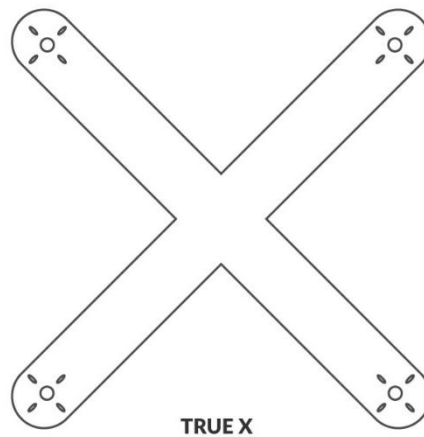
Figura 14: Curva Torque X Rpm

#### 4.4 DEFINIÇÃO DA ESTRUTURA DO VEÍCULO

A estrutura do quadricóptero, também conhecida como frame ou armação, é responsável por manter todos os componentes juntos. Deve ser projetada de forma que tenha boa resistência mecânica, seja rígido o suficiente para minimizar as vibrações causadas pelos motores e seja leve.

O frame dos quadricópteros têm duas configurações mais usuais: “x”, “H” e suas variações. Por ter característica de promover manobras mais suaves e maior estabilidade durante o voo segundo (All About Multirotor Drone FPV Frames, 2008), será usado a configuração em *true* “x”, que consiste em uma estrutura em “x” com ângulo de 90° entre rotores adjacentes.





**Figura 15:** Frame em configuração true “x” (Disponível em: <https://www.getfpv.com/learn/new-to-fpv/all-about-multirotor-fpv-drone-frame>)

#### 4.5 DEFINIÇÃO DE BATERIAS E ELETRÔNICA EMBARCADA

Foi escolhido a utilização de uma bateria e quatro controladores eletrônicos de velocidade (um para cada rotor) conforme indicação do fabricante do motor e podem ser vistos nas figuras 13 e 14. Também foi selecionado um Arduino mega como placa controladora devido a sua ampla utilização em projetos similares e pode ser visto na figura 14. Além disso, uma ilustração do compartimento no qual estariam alocados, de maneira a coincidir com o centro de massa do quadricóptero.



**Figura 16:** Bateria - Turnigy 5000mAh 3S 20C LiPo Pack w/XT-90



Figura 17: Esc - Turnigy MultiStar BLheli\_32 ARM 51A Race

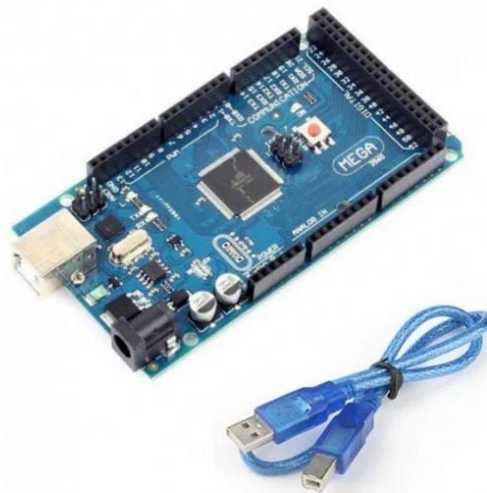


Figura 18: Arduino Mega 2560 R3

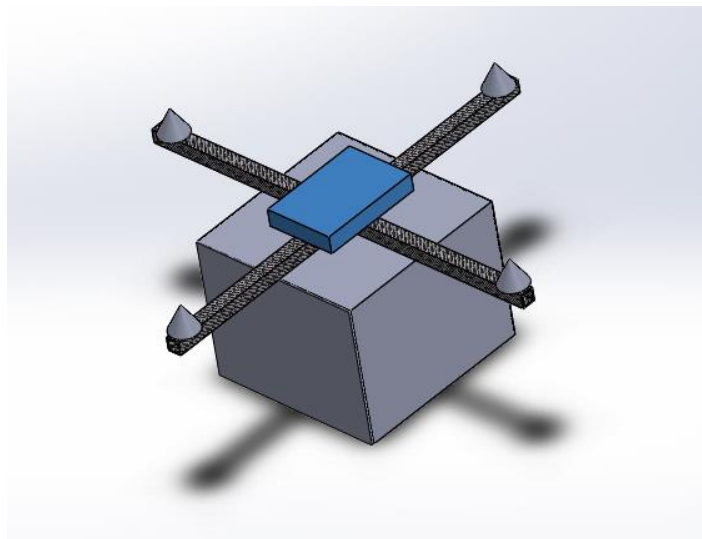


Figura 19: Alocação do sistema eletrônico

Também foi selecionada uma câmera de vídeo frontal, que pode ser vista na figura 18, e teve como critério de escolha a sua utilização ampla utilização comercial.



**Figura 20: Foxeer Mini Night Cat 3 1200TVL**

#### 4.6 DETERMINAÇÃO DE PESO E MOMENTOS DE INÉRCIA

A massa e a distribuição geométrica no quadricóptero é algo de extrema importância pois afeta diretamente toda a dinâmica do sistema.

Devido a peculiaridade simétrica encontrada nos quadricópteros, é possível assumir que a matriz de inércia desta aeronave é diagonal, ou seja, apenas  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$  e  $I_{zz}$  são diferentes de zero.

Além disso, para o peso da aeronave sem carga suspensa será considerado a soma dos pesos da bateria, câmera frontal, controladores eletrônicos de velocidade, placa controladora, motores, hélices e frame.

Para este cálculo será considerado apenas o peso e a geometria dos rotores e sua distância até o centro de massa da aeronave. Vale ressaltar que o frame é formado por duas barras de 600 mm, perfil quadrado de lado 20 mm, espessura de 2 mm e o material usado é fibra de carbono. Seu peso foi estimado utilizando o software SolidWorks.

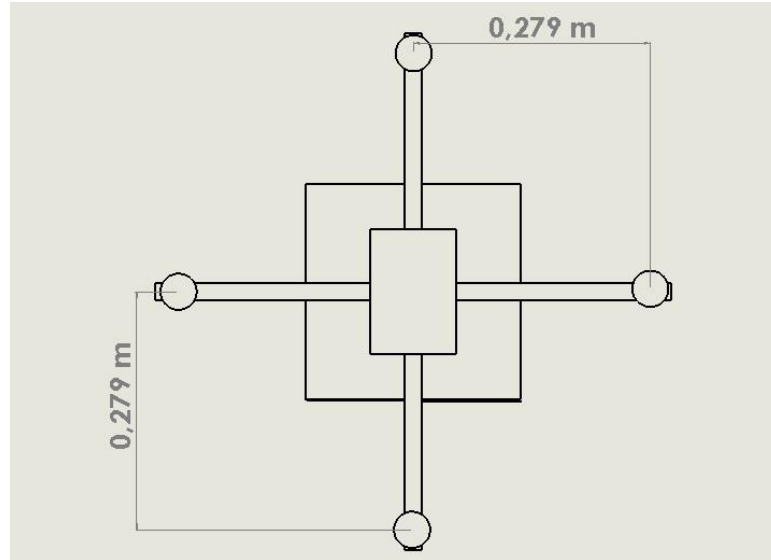


Figura 21: Dimensão do quadricóptero

Variáveis	Valor
$l_x$	42mm
$l_y$	42mm
$l_z$	36mm
$d_{cg}$	279mm
$m_{motor}$	102g
$M_{max}$	2640g

Tabela 2: Dados dimensionais do modelo

Onde  $l_x$  e  $l_y$  são medidas do diâmetro do rotor,  $l_z$  é a altura do rotor,  $d_{cg}$  é a distância do centro do rotor até o centro de massa da aeronave e  $m_{motor}$  é a massa de um rotor.

$$\begin{cases} I_{x1} = I_{x3} = \frac{1}{12} \cdot m_{motor} \cdot (l_y^2 + l_z^2) = 2.601 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ I_{x2} = I_{x4} = \frac{1}{12} \cdot m_{motor} \cdot (l_y^2 + l_z^2) + m_{motor} \cdot d_{cg}^2 = 0.008 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ I_{xx} = 2 \cdot I_{x1} + 2 \cdot I_{x2} = 0.0161 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\begin{cases} I_{y1} = I_{y3} = \frac{1}{12} \cdot m_{motor} \cdot (l_x^2 + l_z^2) + m_{motor} \cdot d_{cg}^2 = 0.008 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ I_{y2} = I_{y4} = \frac{1}{12} \cdot m_{motor} \cdot (l_x^2 + l_z^2) = 2.601 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ I_{yy} = 2 \cdot I_{y1} + 2 \cdot I_{y2} = 0.0161 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{cases} \quad (3.2)$$

$$\begin{cases} I_{z1} = I_{z2} = I_{z3} = I_{z4} = \frac{1}{12} \cdot m_{motor} \cdot (l_x^2 + l_y^2) + m_{motor} \cdot d_{cg}^2 = 0.008 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ I_{zz} = 4 \cdot I_{z1} = 0.0319 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{cases} \quad (3.3)$$

Onde  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$  e  $I_{zz}$  são os momentos principais de inércia.

Dessa forma é possível obter a matriz de inércia:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0161 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0161 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0319 \end{bmatrix} \text{ kg.m}^2 \quad (3.4)$$

#### 4.7 ANÁLISE DE CARGA ÚTIL

Tendo conhecimento das equações de movimento da aeronave, é interessante que sejam feitas algumas análises a fim determinar os limites dinâmicos do modelo.

A análise de carga útil é feita para estimar o empuxo que o grupo moto propulsor deve gerar para que o quadricóptero possa pairar ou realizar uma decolagem vertical com velocidade constante.

Para esta análise foi primeiramente calculado o empuxo e rpm do motor para suportar a aeronave com seu peso vazio, em que possui massa  $M_{vazia} = 1.391 \text{ kg}$ . Em seguida foi calculado o empuxo gerado a partir do rpm mínimo. Dessa forma, foi possível estimar qual a carga útil máxima que o quadricóptero pode transportar utilizando o software MatLab.

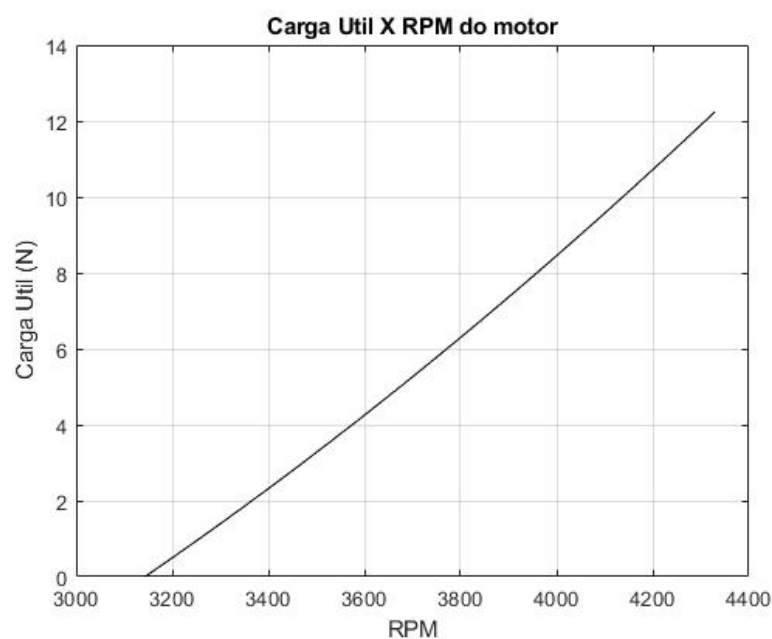


Figura 22: Curva de Carga Útil x Rpm

#### 4.8 ANÁLISE DE MÁXIMOS ÂNGULOS DE ROLAGEM E ARFAGEM

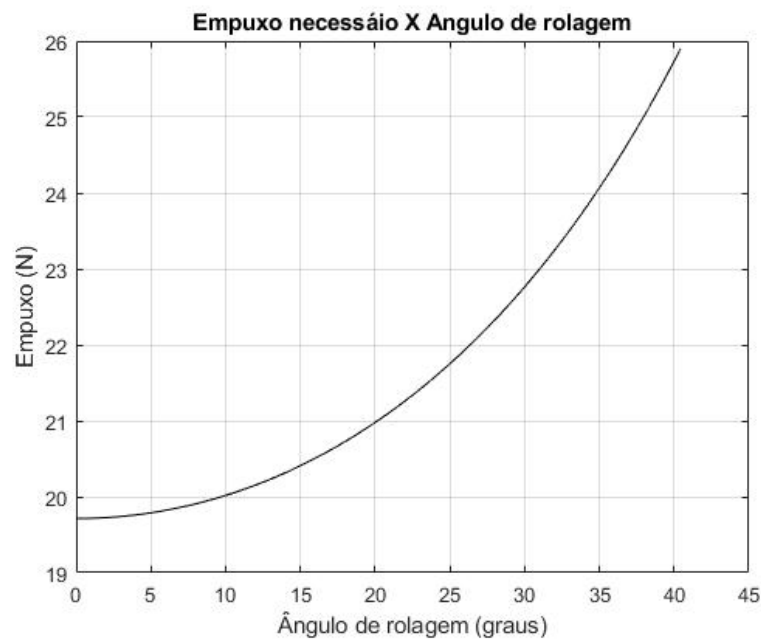
O cálculo de ângulos de rolagem e arfagem máximos foi realizado considerando o quadricóptero com metade de sua capacidade máxima de carga, ou seja, com massa

$$M_{vazia} + \frac{m_{util}}{2}.$$

A realização desta análise teve como critério

$$(\cos\phi\cos\theta)u_1 = \left(M_{vazia} + \frac{m_{util}}{2}\right) \cdot g, \quad \text{para } \theta = 0$$

Dessa forma foi possível calcular um ângulo  $\phi_{m\acute{a}x} = 40^\circ$ . Este ângulo é especialmente importante para determinar a velocidade máxima que o quadricóptero pode atingir em um voo horizontal.



**Figura 23: Curva Empuxo X  $\phi$**

## 5 CONCLUSÃO

### 5.1 RESULTADOS OBTIDOS

Primeiramente este trabalho realiza a definição de estruturas preliminares, seleção de rotores, e eletrônica a ser utilizada no projeto. Utiliza o software SolidWorks para apresentar uma configuração conceitual do quadricóptero a ser projetado.

Em seguida é feito o dimensionamento dos rotores escolhidos utilizando a ferramenta computacional MatLab somado ao estudo teórico do comportamento do empuxo em função de outras variáveis, para construção de um gráfico capaz de facilitar a realização de análises a respeito do empuxo disponível em função da rotação dos rotores, que é o input fornecido pelo controlador.

Por fim é feito um estudo dinâmico para determinar as equações de movimento que definem o quadricóptero projetado. Dessa forma foi possível obter valores como carga máxima suportado pelo quadricóptero e o ângulo máximo de rolagem que este pode realizar sem perder sustentação

### 5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O presente trabalho gerou resultados muito relevantes. No entanto, para melhorar a confiabilidade do projeto, são necessários alguns estudos a respeito da estrutura do quadricóptero, definir se as cargas dinâmicas e estáticas não causarão dano estrutural ou até um colapso da aeronave. Além disso, é necessário o dimensionamento do arrasto na estrutura do quadricóptero com objetivo de melhorar o modelo das equações de movimento. Por fim, a implementação de controle e automação, estipular envelope de operação e realizar simulações computacionais utilizando modelagem em SimuLink.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMARANTE, Mateus. **Controle por Modos Deslizantes de Quadróptero com Carga Suspensa Por Cabo Para Trajetórias Baseadas na Propriedade de Planicidade Diferencial do Sistema e Input Shaping**. 2019. 108f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2019
- BRITO, Jorge. **Quadrotor Prototype**. 2009. 129f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa. 2009.
- CASTILLO, P.; LOZANO, r.; DZUL, A. **Modelling and Control of Mini-Flying Machines**. Springer-Verlag, Londres, 251 p., 2005.
- LEISHMAN, J.G. **A History of Helicopter Flight**. University of Maryland, 2000.
- PAIVA, Táis. **Obtenção de Torque e Empuxo de Propulsores através do Uso de Sistema de Medição de Eixo por Telemetria**. 2014. 52f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Naval) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.
- VIANNA, Guilherme. **Modelado y Control de um Helicóptero Quadrotor**. 2007. 141f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação, Universidad de Sevilla, Sevilla, 2007.
- VIEIRA, Gabriela. **Modelagem Dinâmica e Controle para Navegação de um Veículo Aéreo Não Tripulado do Tipo Quadricóptero**. 2015.120 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2015.
- All About Multirotor Drone FPV Frames. **Get FPV**. 2018. Disponível em: <https://www.getfpv.com/learn/new-to-fpv/all-about-multirotor-fpv-drone-frame/>. Acesso em: 05 de dezembro de 2021.
- Drones na Agricultura: tudo sobre a tecnologia que está mudando o setor. **Pix force**. Disponível em: <https://pixforce.com.br/drones-na-agricultura>, Acesso em: 05 de dezembro de 2021.
- Qauantidade de cadastros – Drones. **Gov.br**, 2017. Disponível em: <https://www.gov.br/anac/pt-br/assuntos/drones/quantidade-de-cadastros>>. Acesso em: 01 de dezembro de 2021
- Frota brasileira de veículos é a mais velha dos últimos 25 anos. **CNN**, 2021. Disponível em: < <https://www.cnnbrasil.com.br/business/frota-brasileira-de-veiculos-e-a-mais-velha-dos-ultimos-25-anos/>>. Acesso em: 01 de dezembro de 2021.



Somente 12,4% da malha rodoviária brasileira é pavimentada. **CNT**, Brasília, 14 de agosto de 2018. Disponível em: < <https://www.cnt.org.br/agencia-cnt/somente-12-da-malha-rodoviaria-brasileira-pavimentada>>. Acesso em 01 de dezembro de 2021.

## ANEXO 1 – DATASHEET DO ROTOR

Type	Prop size (inch)	Voltage(V)	Throttle	Current (A)	Pull(g)	RPM (RPM/Min)	Power(W)	g/w ratio	Temperature under 100% throttle for 10 minutes (°C)
V3508KV580	APC12x3.8	11.1	50%	1.5	300	3017	16.65	18.01801802	
			65%	2.9	460	3642	32.19	14.29015222	
			75%	5.4	660	4330	59.94	11.01101101	
			85%	7.5	800	4714	83.25	9.60960961	
			100%	9.2	930	4954	102.12	9.10693302	
	APC13x4		50%	1.1	240	3840	12.21	19.65601966	
			65%	2.1	370	4431	23.31	15.87301587	
			75%	3.9	530	5151	43.29	12.24301224	
			85%	5.1	640	5631	56.61	11.30542307	
	APC14*4.7		50%	6.4	740	6010	71.04	10.41666667	47
			65%	2.5	410	3574	27.75	14.77477477	
			75%	4.6	620	4255	51.06	12.14257736	
			85%	7.7	840	4785	85.47	9.828009828	
	DJI15*5		85%	9.5	950	5142	105.45	9.009009009	45
			100%	12.7	1120	5545	140.97	7.944952827	
			50%	2.4	440	3711	26.64	16.51651652	
			65%	4.4	640	4542	48.84	13.1040131	
	APC12x3.8		75%	6.8	840	5348	75.48	11.12877583	56
			85%	8.7	970	5845	96.57	10.04452729	
			100%	11.2	1130	6291	124.32	9.089446589	
		50%	2.5	480	5065	37	12.97297297		
		65%	4.5	710	5742	66.6	10.66066066		
	APC13x4	75%	8.3	1020	6870	122.84	8.303484207	42	
		85%	10.6	1140	7305	156.88	7.266700663		
100%		14.1	1360	7910	208.68	6.517155453			
50%		1.9	400	4808	28.12	14.22475107			
65%		3.4	600	5570	50.32	11.92368839			
DJI15*5	75%	6	870	6377	88.8	9.797297297	66		
	85%	7.9	1030	6848	116.92	8.809442354			
	100%	9.8	1190	7311	145.04	8.204633205			
	50%	3.3	650	4650	48.84	13.30876331			
	65%	5.4	860	5725	79.92	10.76076076			
DJI15*5	75%	9.6	1180	6720	142.08	8.30518018	66		
	85%	12.9	1440	7200	190.92	7.542426147			
	100%	16.4	1610	7675	242.72	6.633157548			